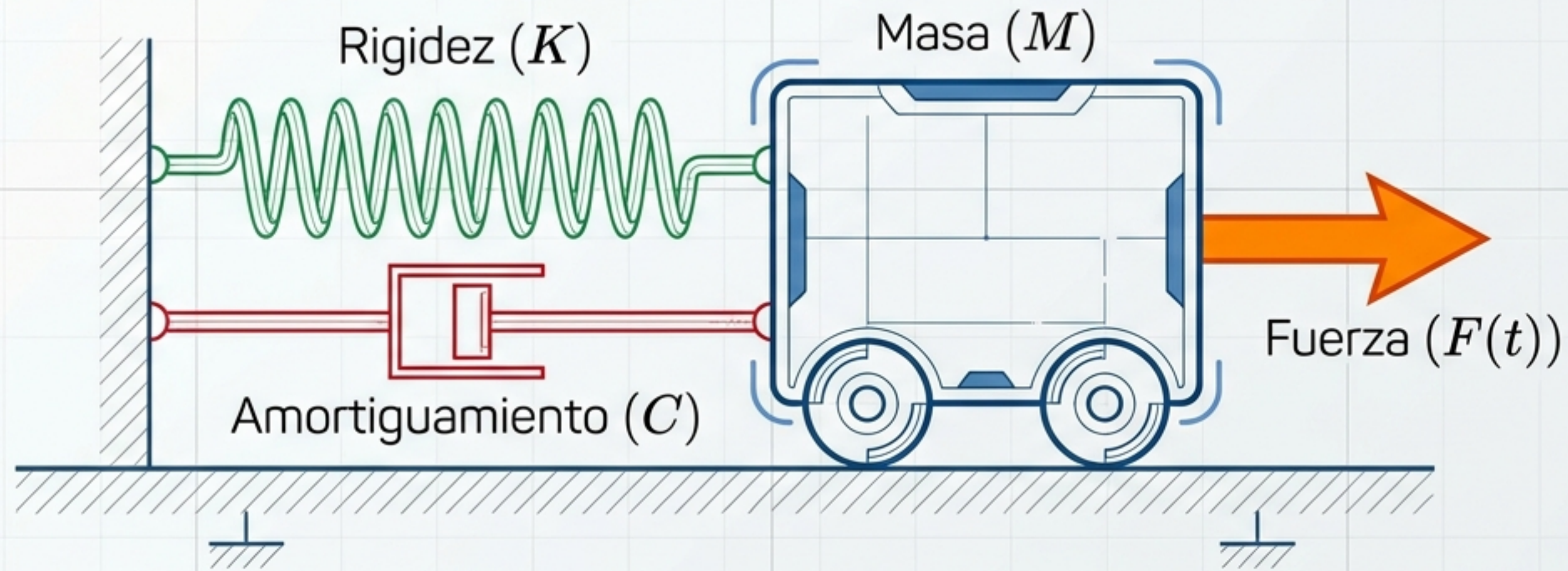


El Plano del Movimiento

Dinámica de Sistemas Vibratorios de 1 Grado de Libertad



Guía de Referencia Visual | Síntesis Analítica y Física

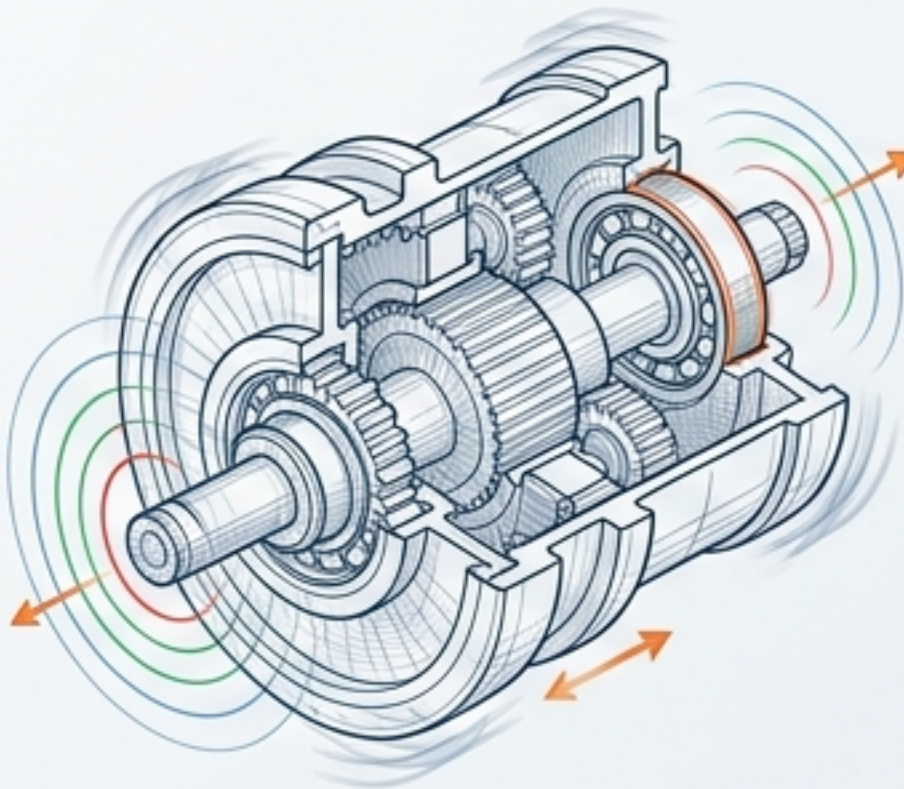
El Impacto Físico de las Vibraciones

Edificios



Causan fisuras en fundaciones o daños catastróficos por sismos.

Máquinas



Generan fatiga mecánica, ruido y defectos de manufactura por tolerancias perdidas.

Humanos



Provocan fatiga nerviosa, disminución de productividad y síndromes crónicos.

Estrategias de Control

1. Reducción en la fuente (Equilibrado)



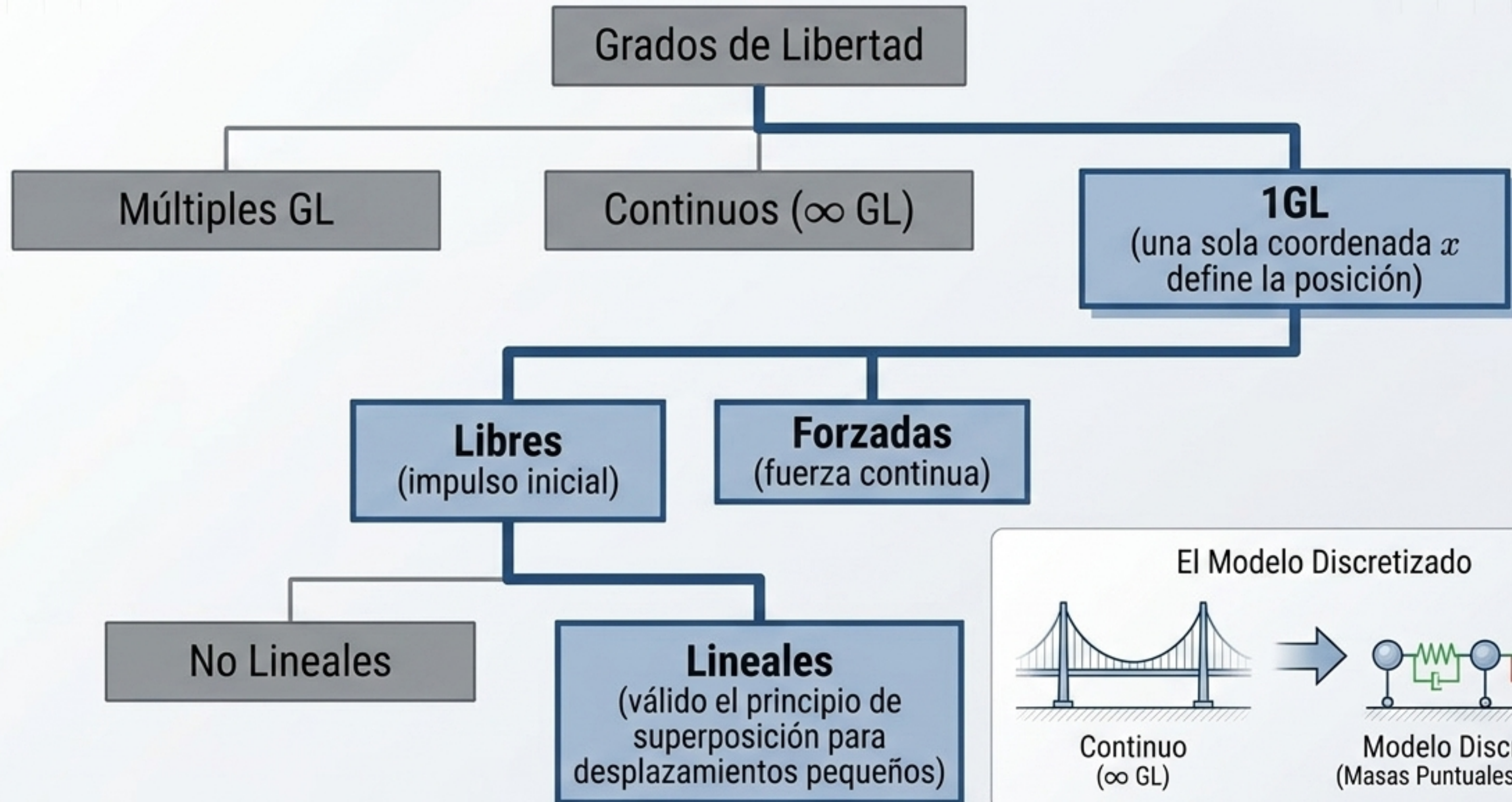
2. Aislamiento (Soportes)



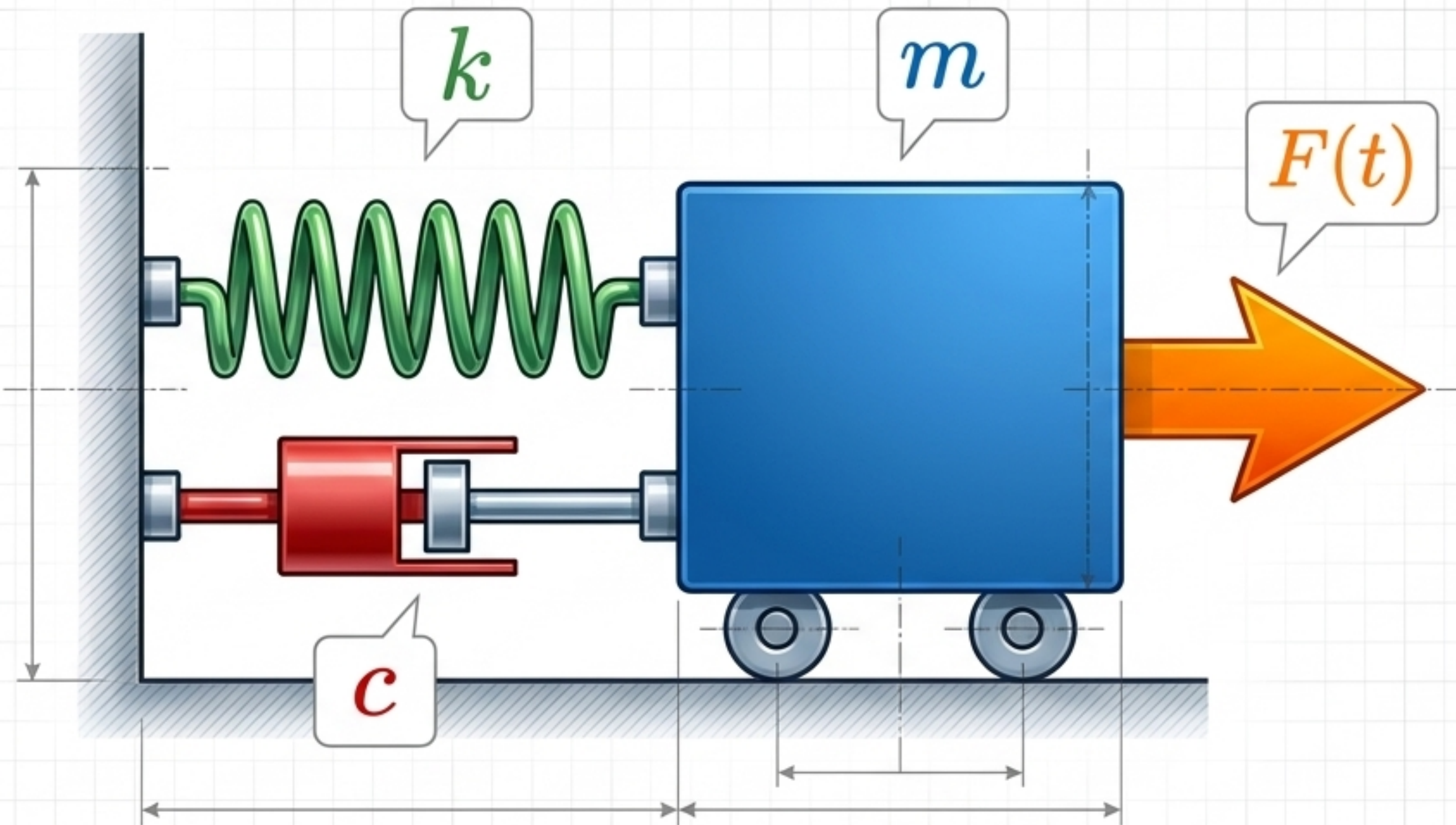
3. Reducción de respuesta (Amortiguación)



Taxonomía del Sistema: Definiendo nuestro alcance



Anatomía de un Sistema de 1GL (Parámetros Localizados)



Inercia (m , kg)

Almacena y libera Energía Cinética.
Se opone a la aceleración ($\ddot{x}$).

Elasticidad (k , N/m)

Almacena y libera Energía Potencial.
Se opone al desplazamiento (x).

Disipación (c , Ns/m)

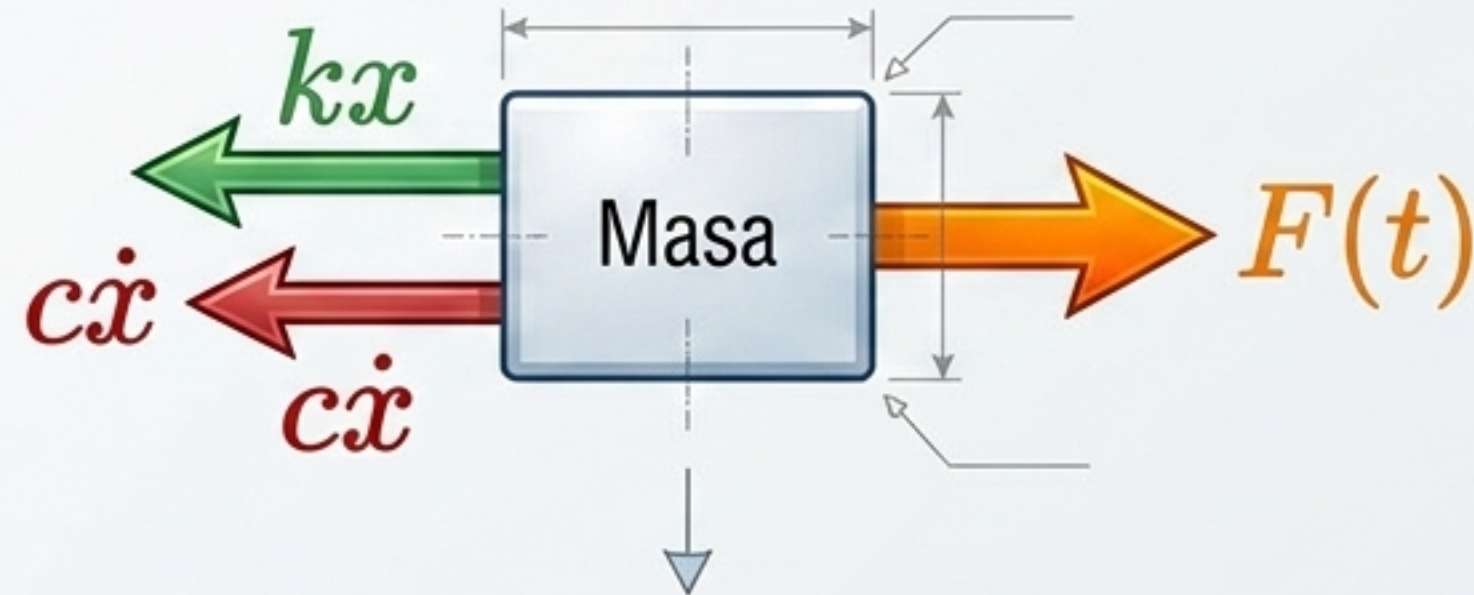
Disipa energía mecánica (como calor).
Se opone a la velocidad ($\dot{x}$).

Excitación ($F(t)$, N)

Fuerza Dinámica Externa. Inyecta
energía al sistema a lo largo del tiempo.

La Ecuación Maestra del Movimiento

Diagrama de
Cuerpo Libre (DCL)



Segunda Ley de
Newton

$$\sum F = m\ddot{x}$$

La Ecuación de Síntesis

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$$

Fuerza
Inercial

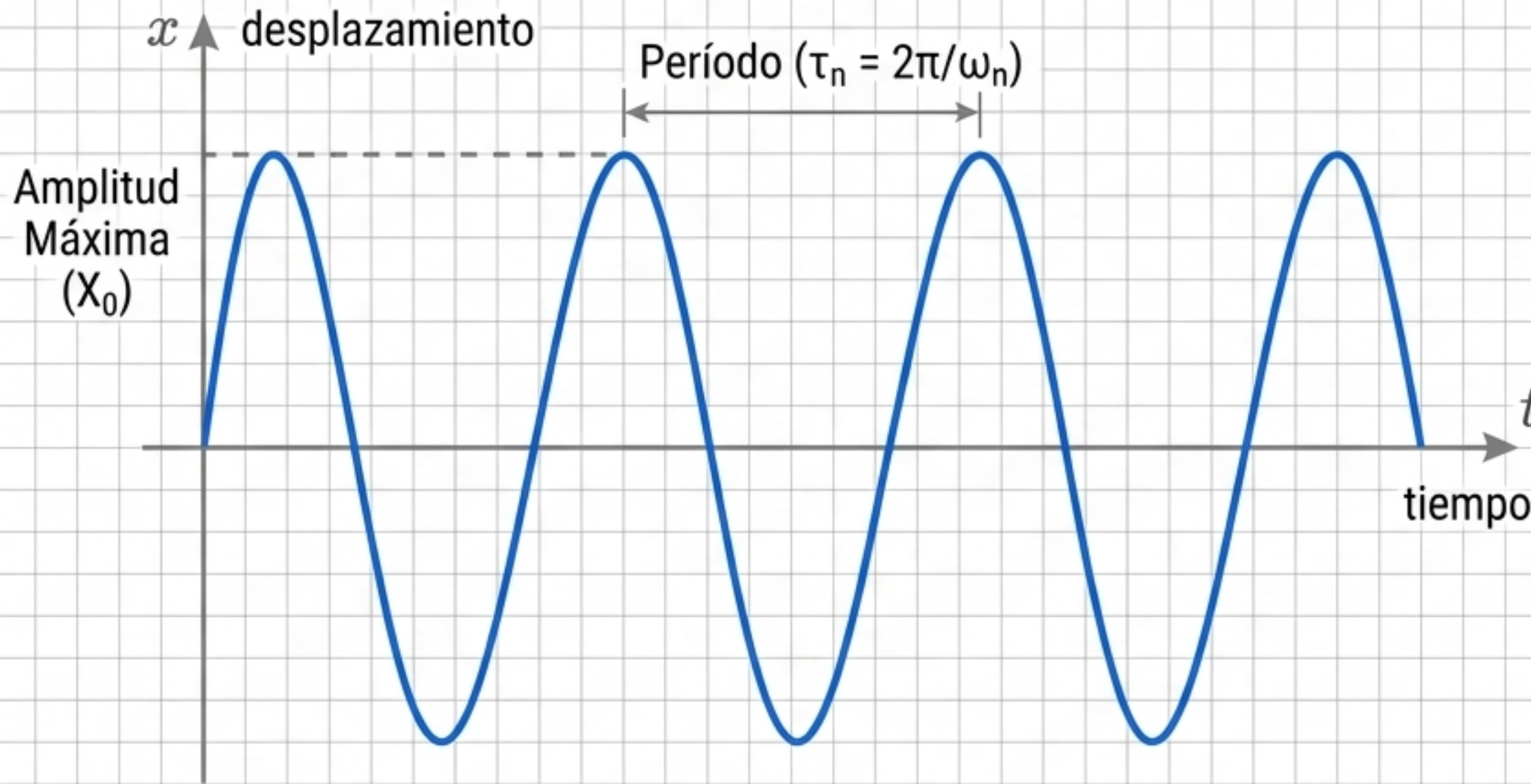
Fuerza
Disipativa

Fuerza
Restauradora

Fuerza
Perturbadora

El Sistema Ideal: Vibración Libre No Amortiguada

$$m\ddot{x} + \cancel{c\dot{x}} + kx = \cancel{F(t)}$$



Ecuaciones Clave

Frecuencia Circular Natural:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ [rad/s]}$$

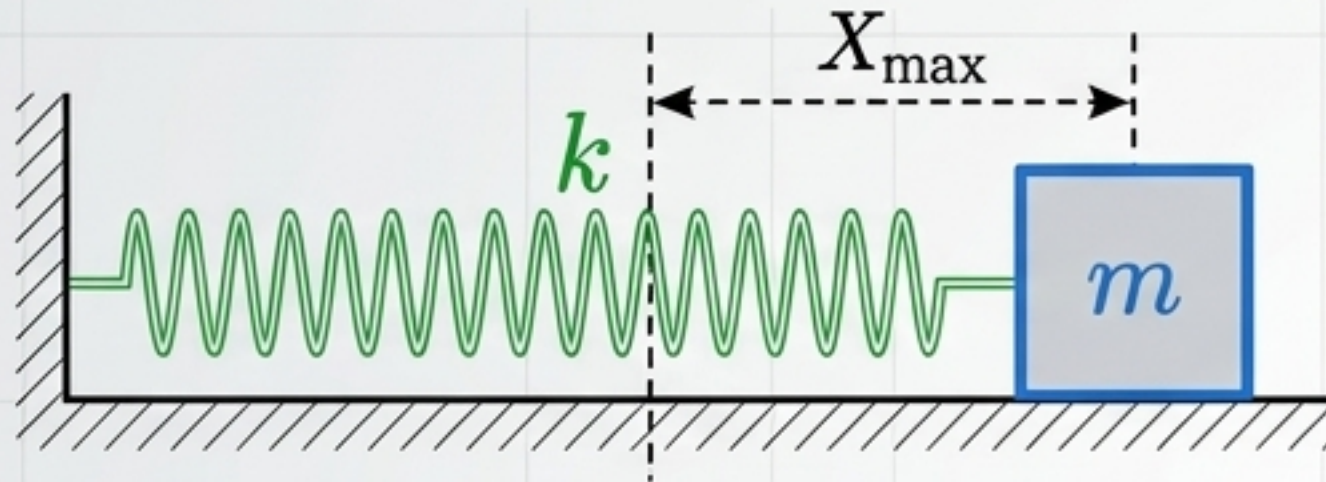
- $\uparrow$ rigidez (k) aumenta la frecuencia, $\uparrow$ masa (m) la vuelve más lenta.

Frecuencia Cíclica:

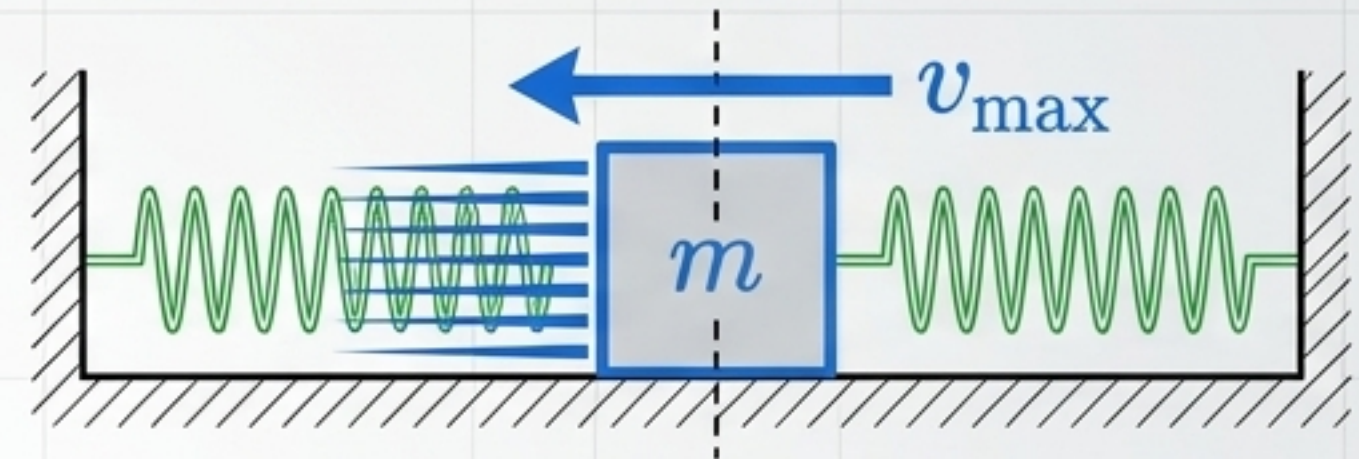
$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \text{ [Hz]}$$

La Danza de la Energía (Método de Rayleigh)

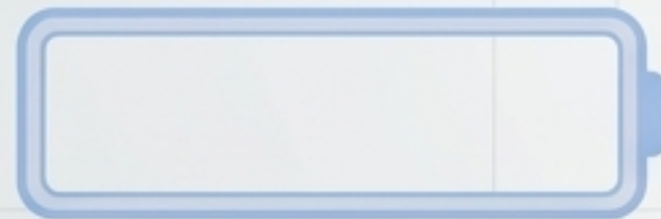
Extremo (Desplazamiento Máximo)



Equilibrio (Velocidad Máxima)



$E_{\text{potencial}} = 100\%$

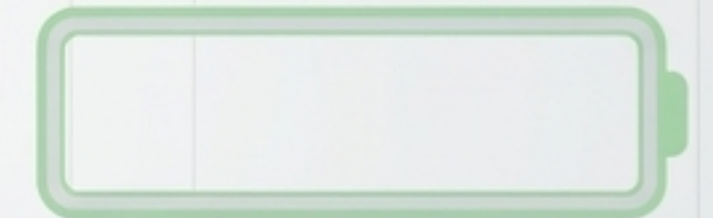


$E_{\text{cinética}} = 0\%$

$$E_{\text{cinética-max}} = E_{\text{potencial-max}}$$

$$\frac{1}{2} m \omega_n^2 X^2 = \frac{1}{2} k X^2$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



$E_{\text{potencial}} = 0\%$



$E_{\text{cinética}} = 100\%$

La vibración ideal es el intercambio perfecto y perpetuo entre la inercia que almacena velocidad y la elasticidad que almacena deformación.

La Realidad Friccional: Introducción al Amortiguamiento

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = \cancel{F(t)}$$



¿Por qué las cosas se detienen?

- Fricción del aire, fricción interna de materiales, o amortiguadores viscosos intencionales.

Constante de amortiguamiento crítico:

$$c_{\text{crit}} = 2m\omega_n$$

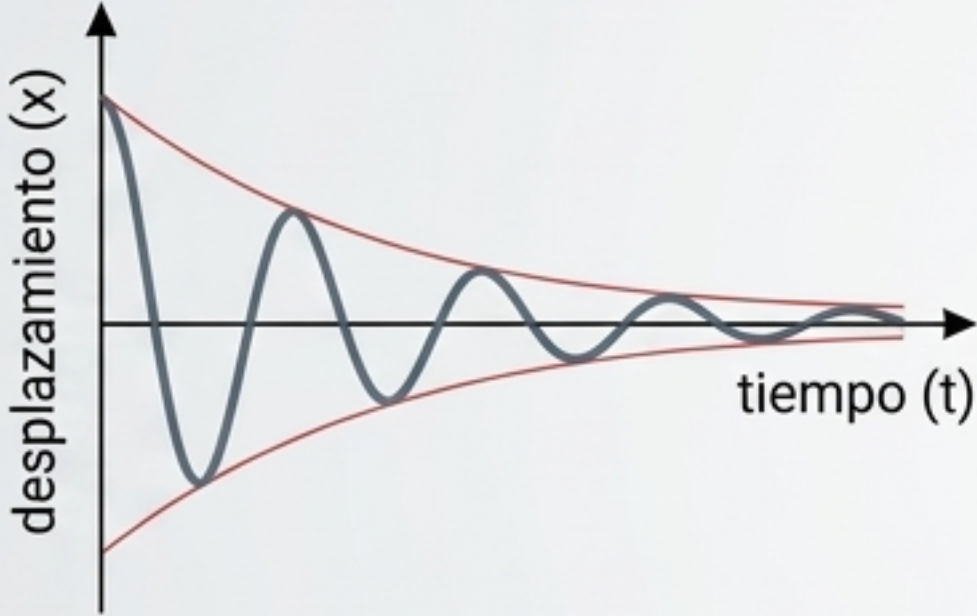
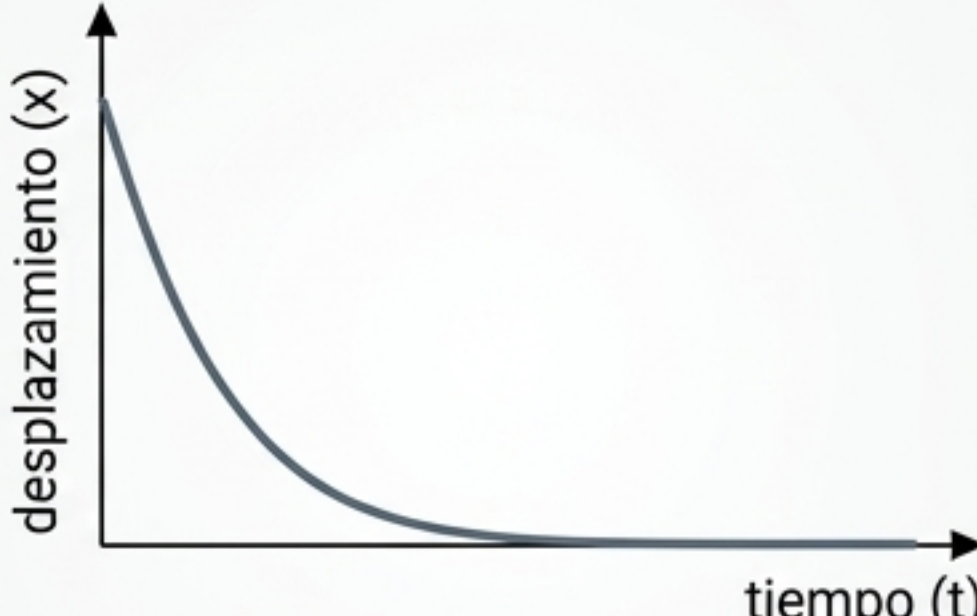
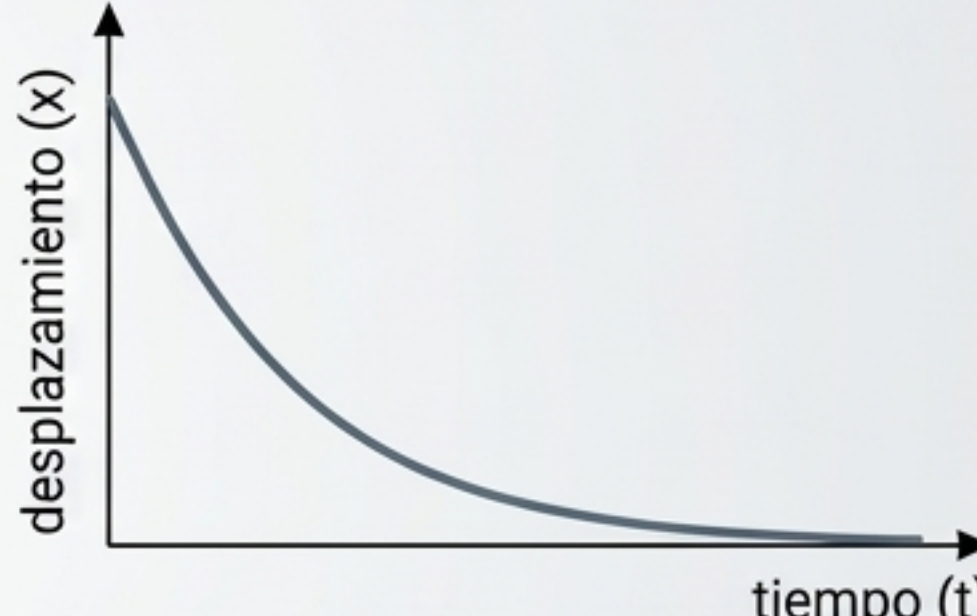
(El límite matemático exacto donde el sistema deja de oscilar).

Razón de Amortiguamiento:

$$\zeta = \frac{c}{c_{\text{crit}}}$$

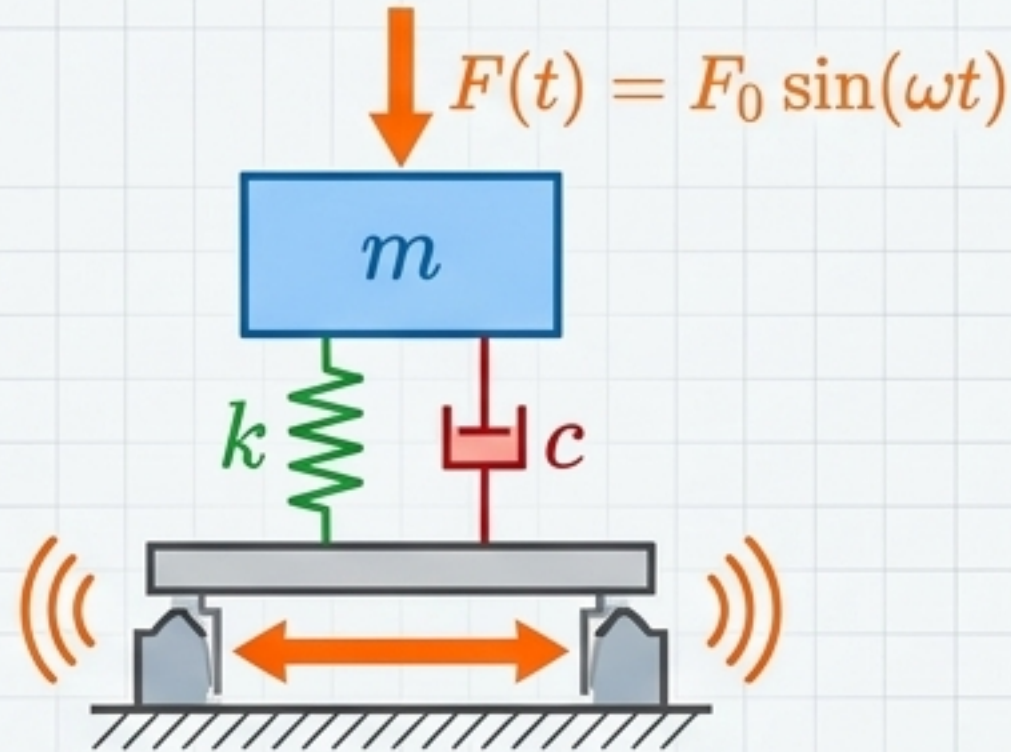
(El «ADN» de la respuesta transitoria).

MATRIZ DE COMPARACIÓN: Los Tres Regímenes de Amortiguamiento

Subamortiguado	Críticamente Amortiguado	Sobreamortiguado
$\zeta < 1$ 	$\zeta = 1$ 	$\zeta > 1$ 
Freno débil. La masa oscila varias veces alrededor del equilibrio antes de detenerse. (El 99% de las estructuras civiles se comportan así). $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$	El retorno más rápido posible al equilibrio sin oscilar ni cruzar la línea de cero. (Ideal para suspensiones de autos, mecanismos de retroceso militar).	Freno excesivo. Sistema muy «perezoso» con alta resistencia viscosa. Tarda mucho tiempo en recuperar el equilibrio.

El Sistema Bajo Ataque: Vibraciones Forzadas

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin(\omega t)$$



Panel Comparativo de Frecuencias (La Batalla Dinámica)

DEFENSOR



Frecuencia Natural (ω_n)

El latido interno del sistema. Depende únicamente de sus propiedades inherentes: masa (m) y rigidez (k).

Concepto Clave

El Cociente de Pulsación: $\beta = \frac{\omega}{\omega_n}$

Esta simple relación determina el destino final de la estructura.

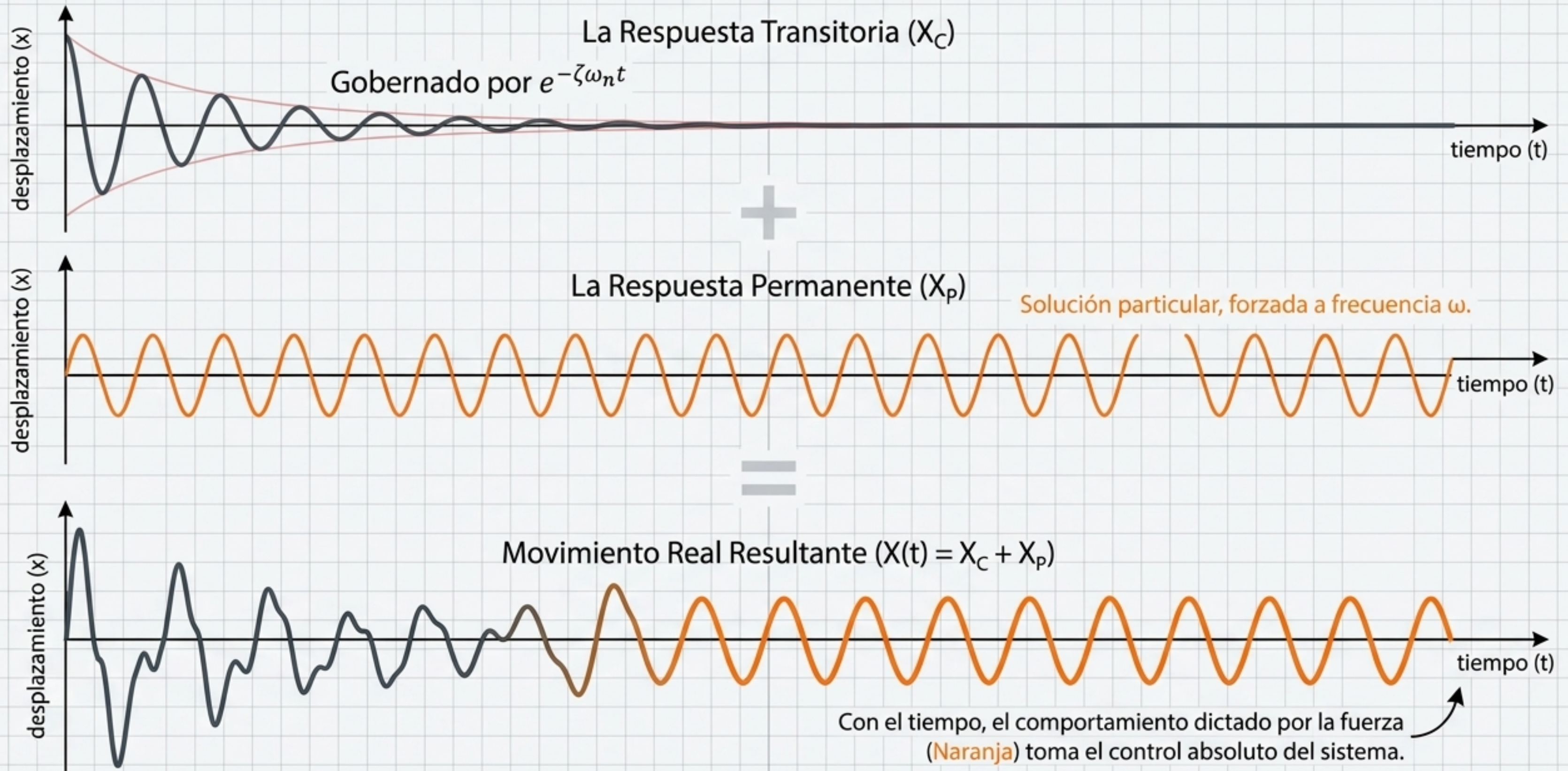
INVASOR

Frecuencia de Excitación (ω)

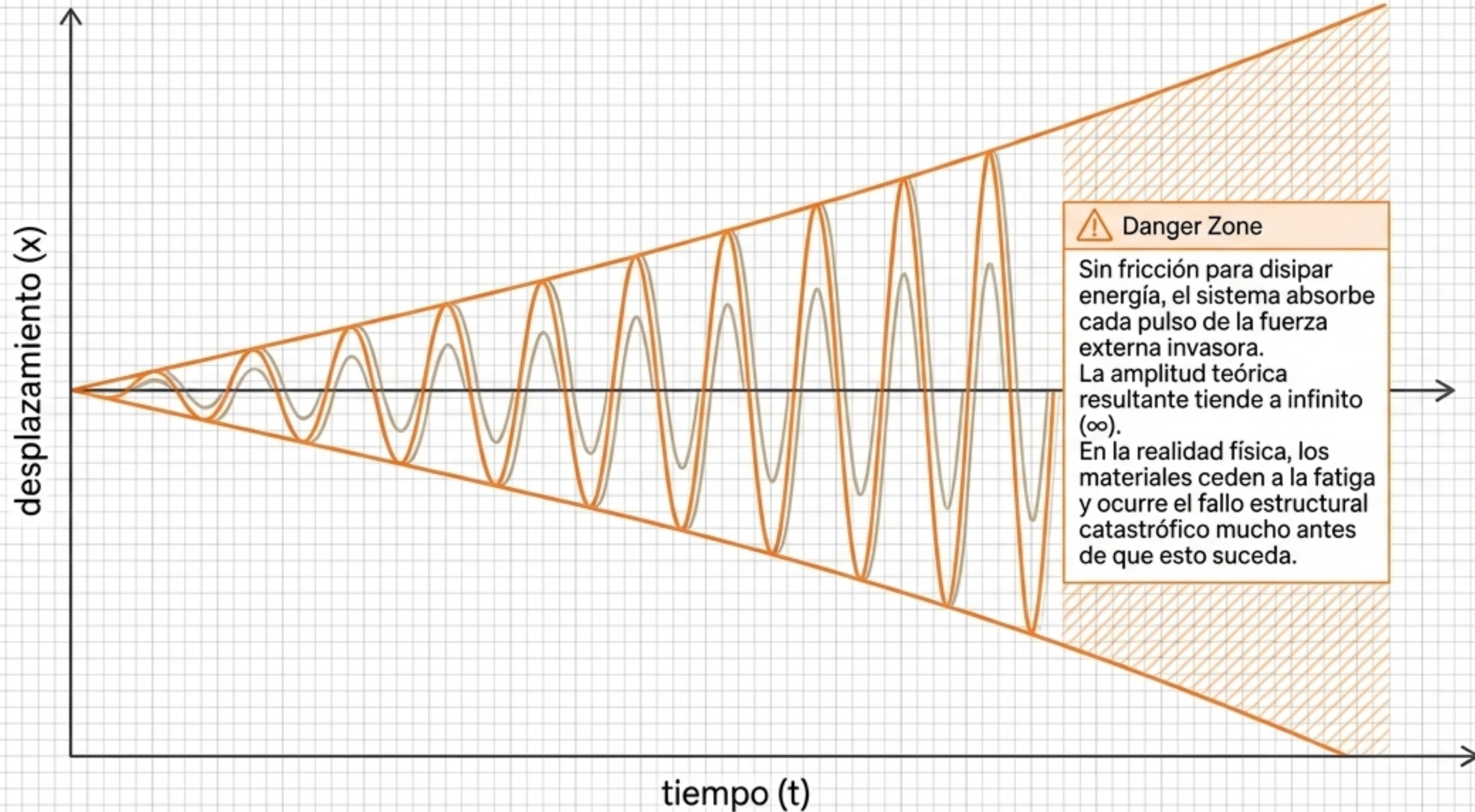
La perturbación externa invasora. Varía según la fuente (máquina rotativa, ráfagas de viento, sismo).



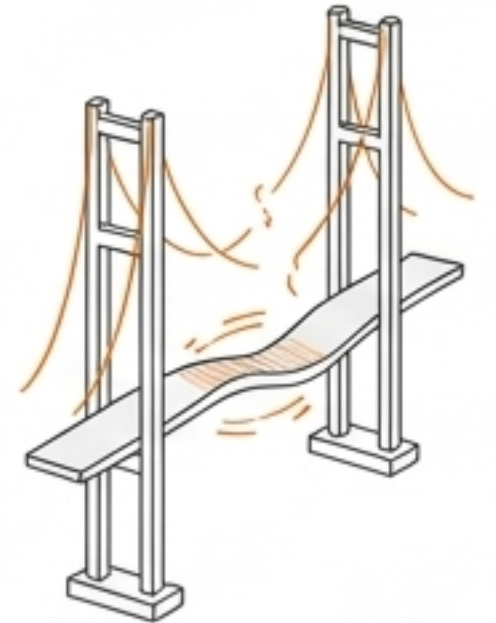
Anatomía de la Respuesta: Transitoria vs. Permanente



El Clímax Dinámico: Resonancia ($\omega = \omega_n$)

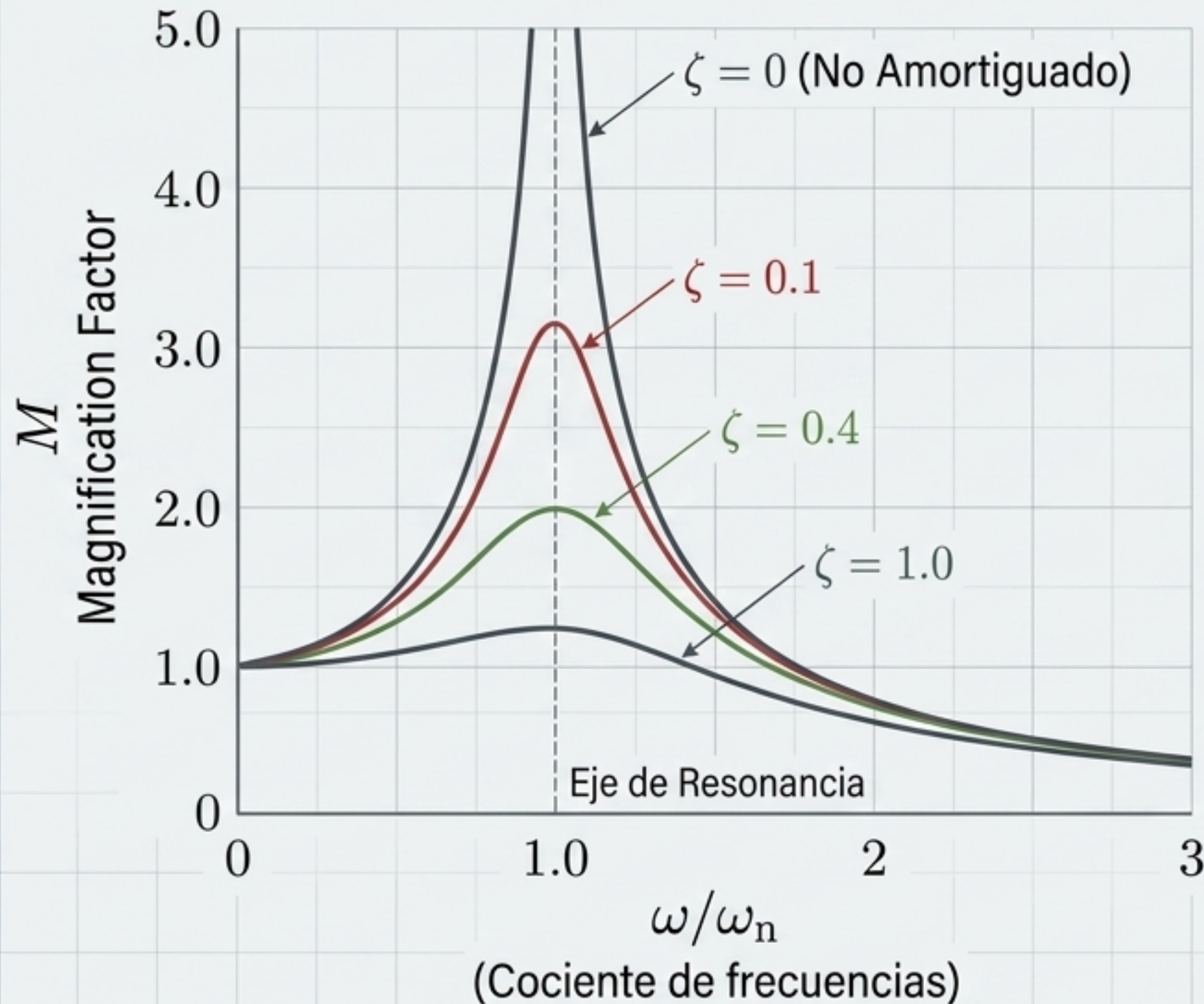


Nota Histórica/Visual



Puente de Tacoma Narrows: Cuando la amplificación dinámica supera irremisiblemente la capacidad de deformación elástica del material.

Factor de Amplificación Dinámica (M)



Zona 1: Cuasi-estática ($\omega \ll \omega_n$)

A la izquierda del gráfico. La masa sigue a la fuerza externa lentamente, casi de forma 1:1. El factor $M \approx 1$.

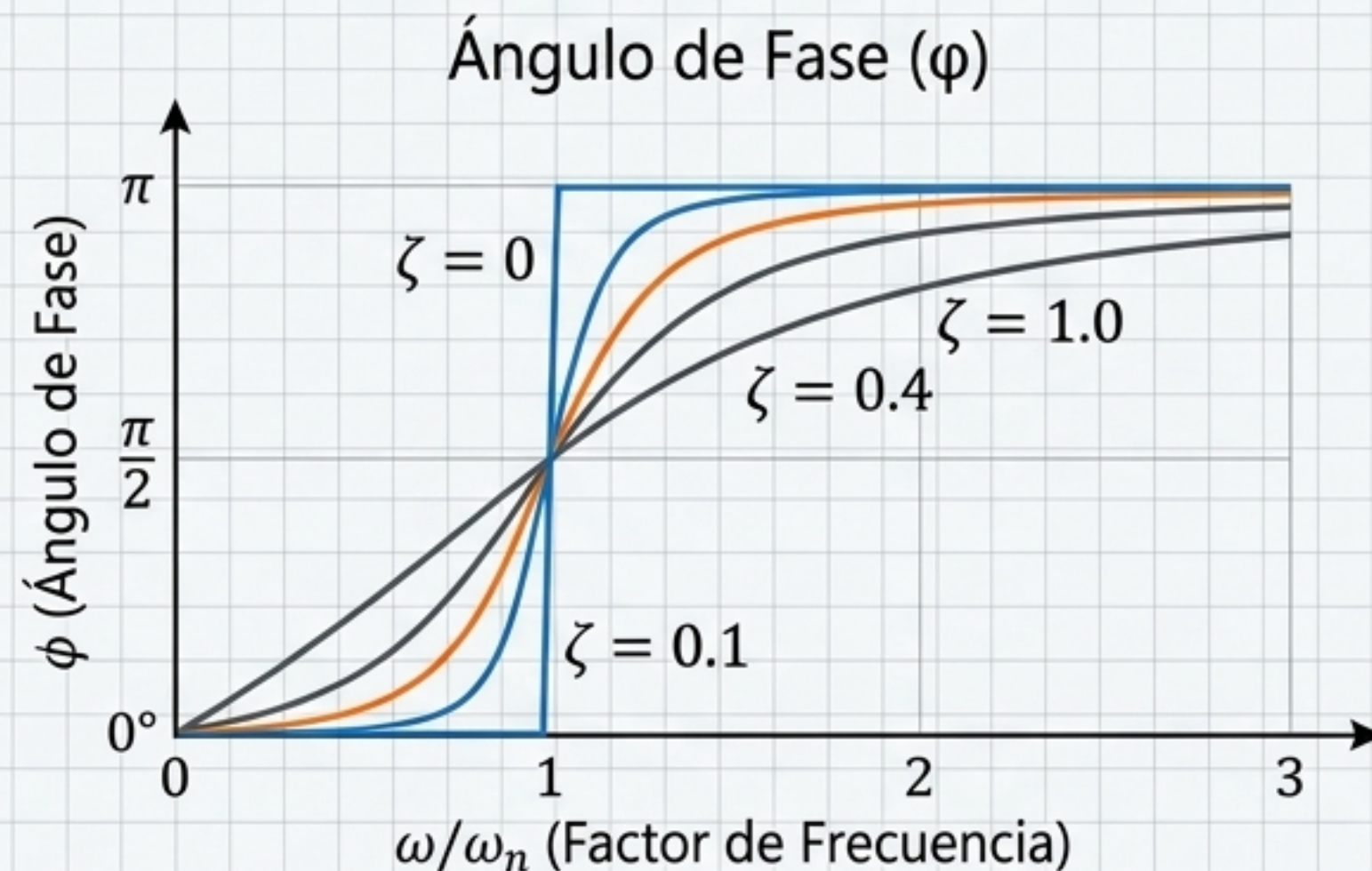
Zona 2: Resonancia ($\omega \approx \omega_n$)

El pico central de riesgo inminente. Aquí, la altura de la amplitud está controlada ÚNICAMENTE por el amortiguamiento (ζ). El amortiguamiento actúa como un escudo salvavidas vital.

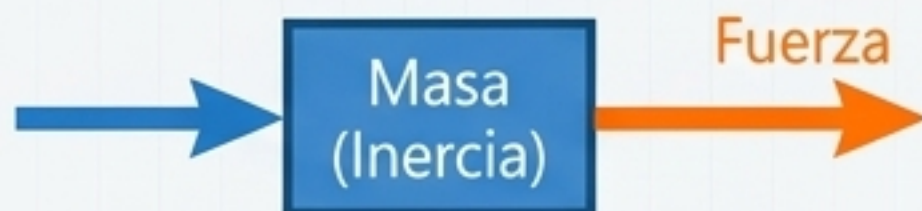
Zona 3: Aislamiento por Inercia ($\omega \gg \omega_n$)

A la derecha del gráfico. La excitación externa es tan rápida que la masa, debido a su pura inercia masiva, no tiene tiempo de reaccionar y se queda quieta. El factor M tiende a 0.

Relaciones de Fase: El Retraso de la Respuesta

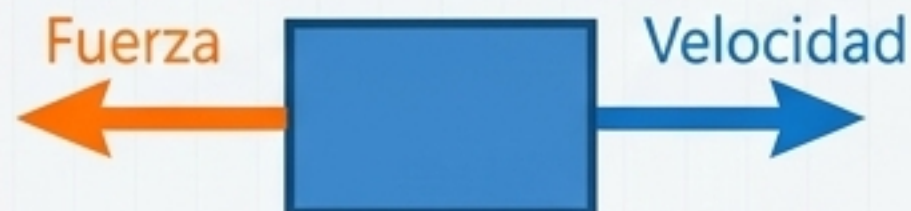


Bajas Frecuencias ($\phi \approx 0^\circ$)



La masa y la fuerza se mueven exactamente juntas (En fase).

Resonancia ($\phi = 90^\circ$)



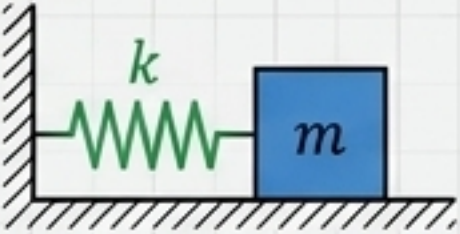
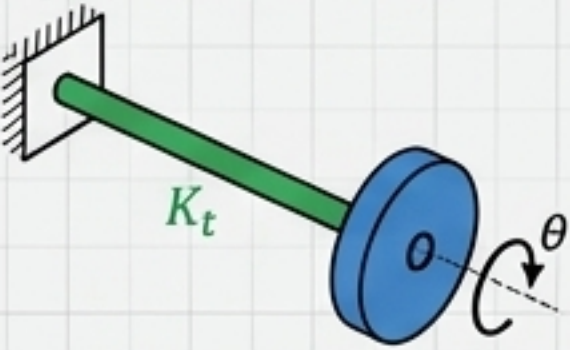
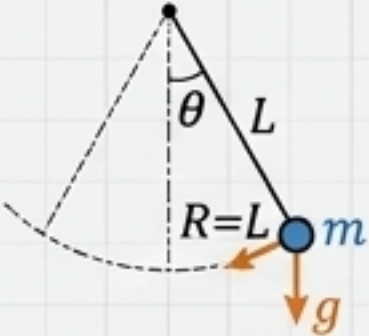
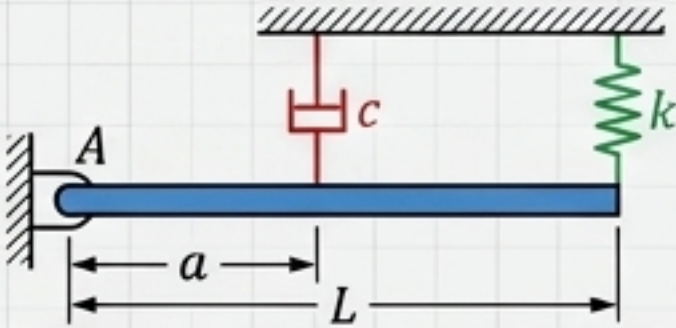
La masa tiene un retraso de un cuarto de ciclo exacto respecto a la fuerza impulsora. Toda la energía inyectada por la fuerza externa se consume combatiendo la fuerza amortiguadora interna.

Altas Frecuencias ($\phi = 180^\circ$)



La masa y la fuerza se mueven en direcciones totalmente contrarias en todo momento (Oposición de fase total).

Referencia Rápida: Expresiones de Sistemas Comunes de 1GL

Geometría Física	Equivalencias Estructurales	Ecuación de Frecuencia
	$K_{eq} = k$ $M_{eq} = m$	$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$
	Sustitución cruzada: $m \rightarrow I \text{ (Inercia polar de disco)}$ $k \rightarrow K_t \text{ (Rigidez torsional del eje)}$	$\omega_n = \sqrt{\frac{K_t}{I}}$
	La fuerza restauradora es provista puramente por la gravedad (g), no por un resorte externo. Ángulos muy pequeños limitados.	$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{L}}$
	Se discretiza a un punto central masa 1GL. Rigidez del conjunto en flexión: $K_{eq} = 3EI/L^3$	$\omega_n = \sqrt{\frac{3EI}{mL^3}}$

NOTA VITAL DE INGENIERÍA: La linealización analítica de todas estas ecuaciones matemáticas asume estrictamente «pequeños desplazamientos» (por ejemplo, asumiendo $\sin(\theta) \approx \theta$). El modelo matemático es, siempre, solo el plano aproximado de la realidad física, jamás el territorio completo.