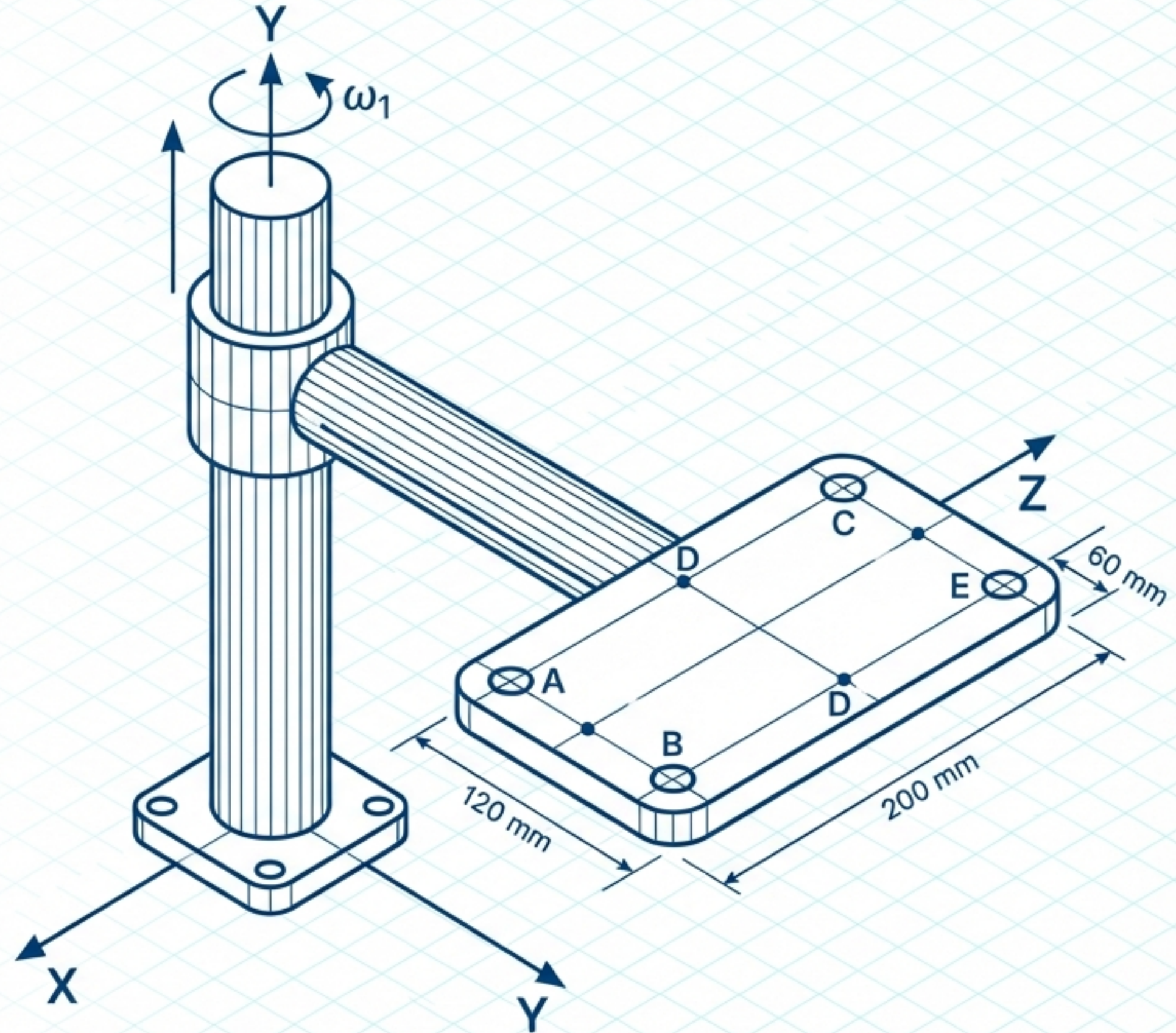


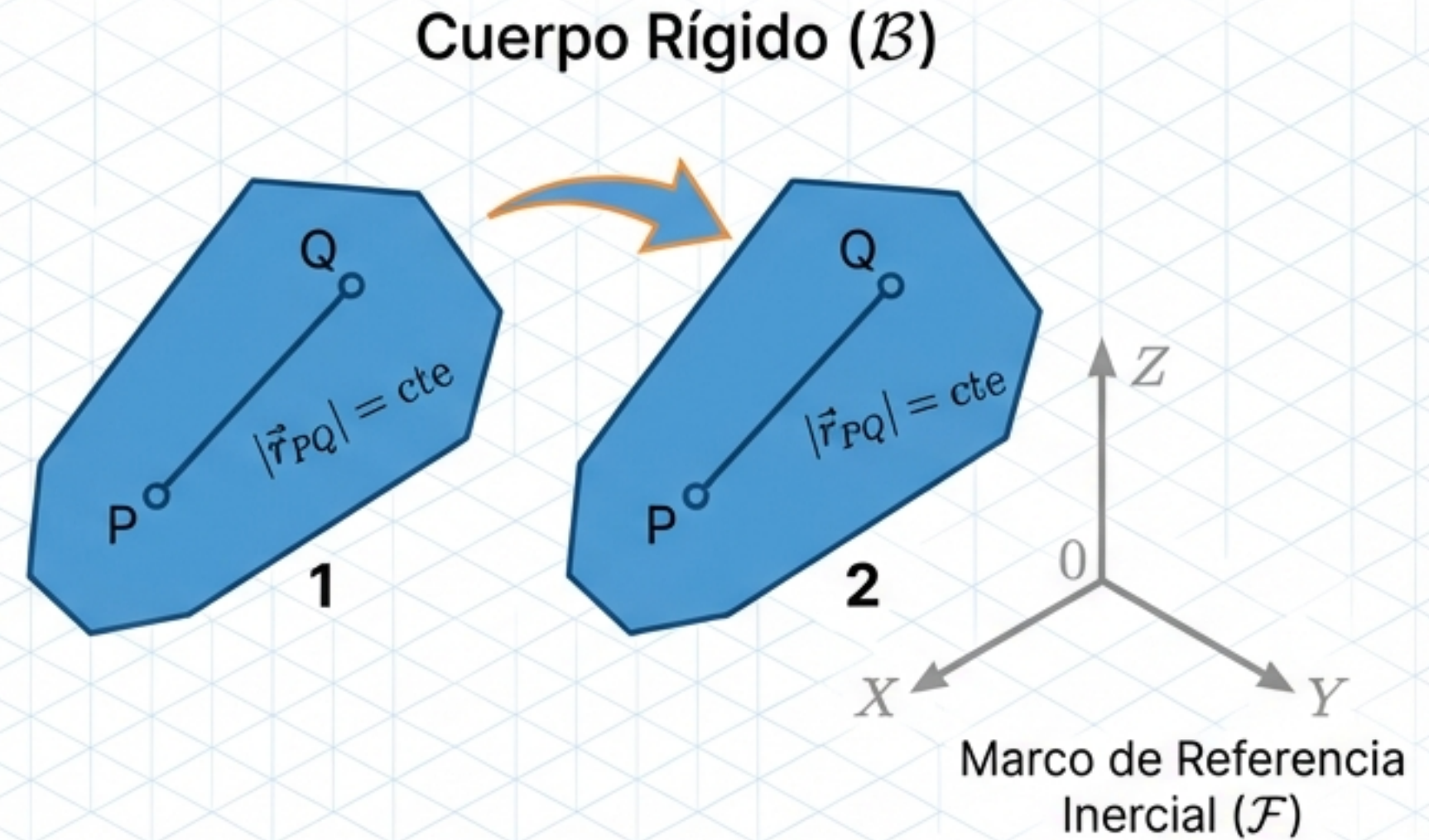
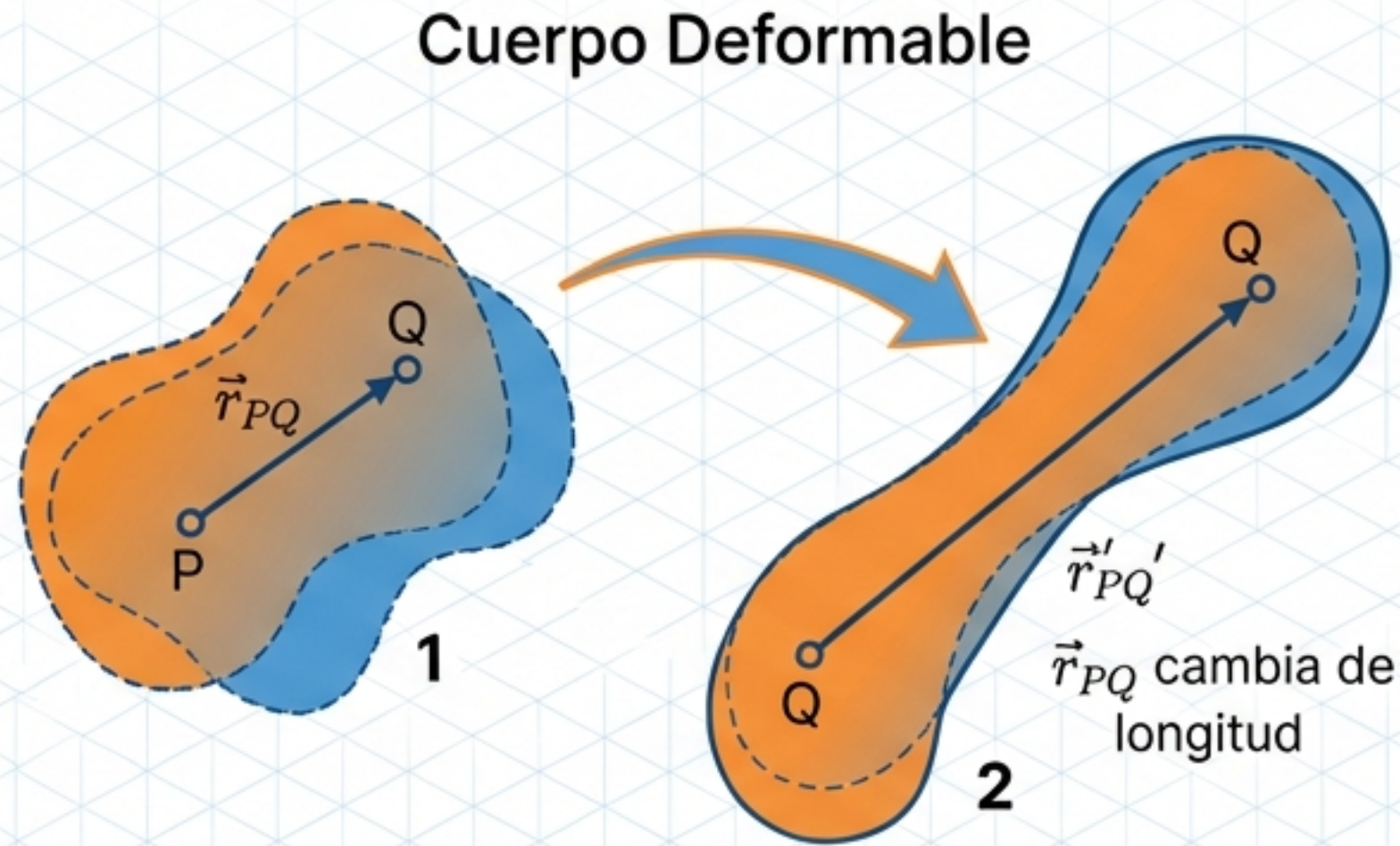
Cinemática del Cuerpo Rígido

Análisis Vectorial de los 5 Tipos Fundamentales de Movimiento

1. Traslación (Rectilínea y Curvilínea)
2. Rotación alrededor de un Eje Fijo
3. Movimiento General en el Plano
4. Rotación alrededor de un Punto Fijo
5. Movimiento General en el Espacio



Definiciones Fundamentales: Cuerpo Rígido y Marco de Referencia



Cuerpo Rígido ($\mathcal{B}$):

Idealización teórica donde la distancia entre dos partículas cualesquiera permanece invariable bajo la acción de cargas.

Condición Matemática:

$|\vec{r}_{PQ}| = \text{constante}$. El cuerpo conserva su forma geométrica y distribución de masa.

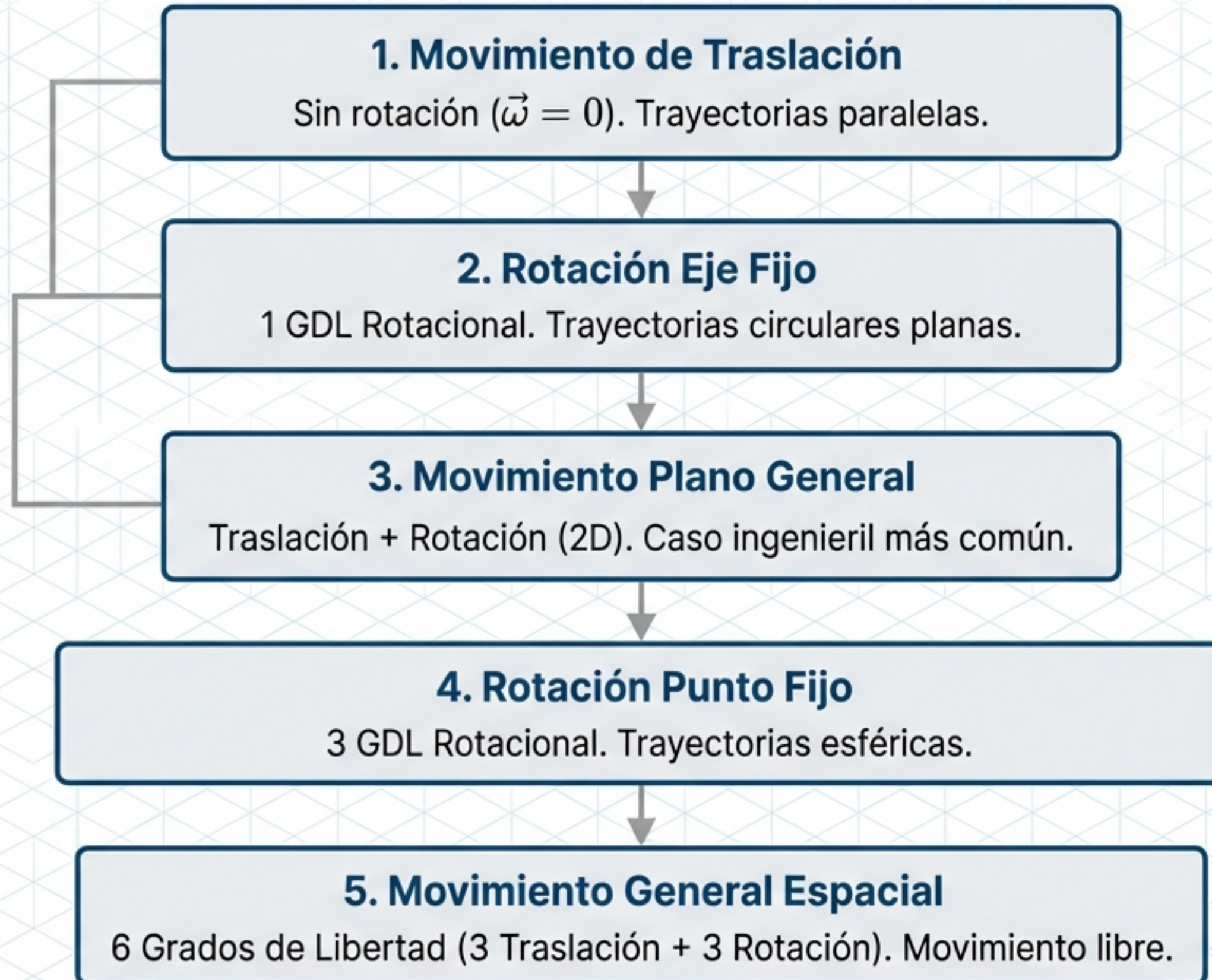
Marco de Referencia ($\mathcal{F}$):

Sistema de coordenadas (Inercial) desde donde se observa el movimiento.

Nota Técnica: El movimiento se define por: Posición de un punto base (traslación) + Orientación del cuerpo (rotación).

Propiedad: Posee velocidad angular $\vec{\omega}$ y aceleración angular $\vec{\alpha}$.

Taxonomía del Movimiento



Complejidad
Matemática
Creciente

1. Movimiento de Traslación

Definición:

Cualquier recta contenida en el cuerpo mantiene su dirección constante. No hay cambio de orientación.

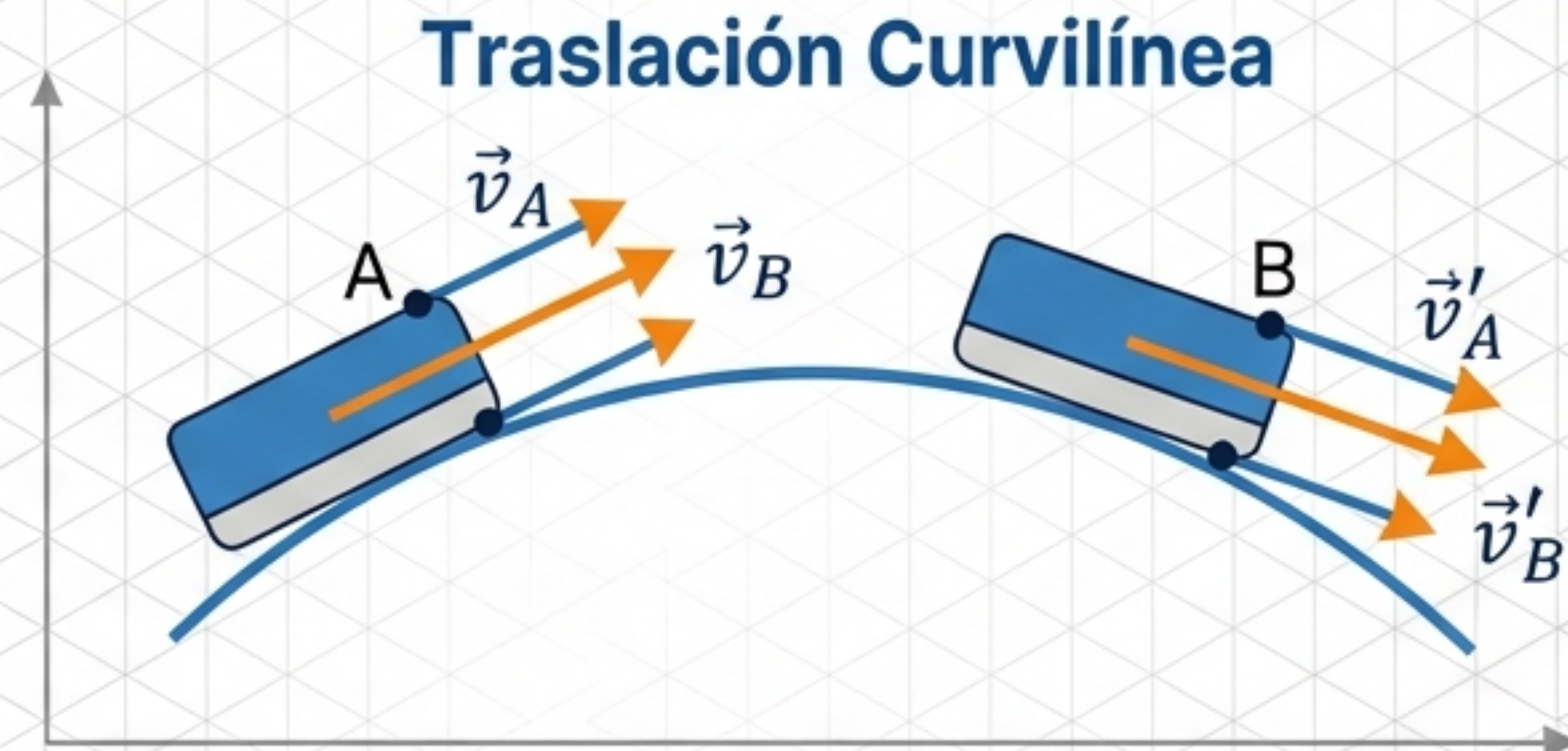
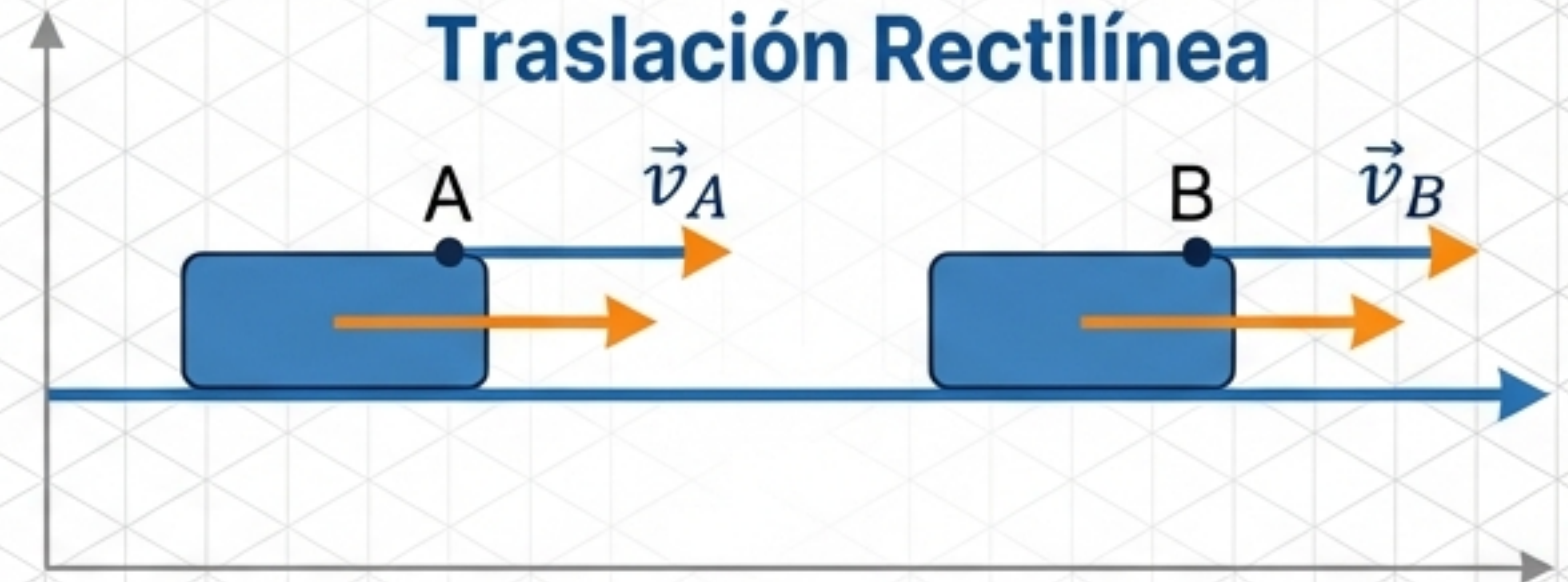
Condiciones:

- Velocidad Angular: $\vec{\omega} = 0$
- Aceleración Angular: $\vec{\alpha} = 0$

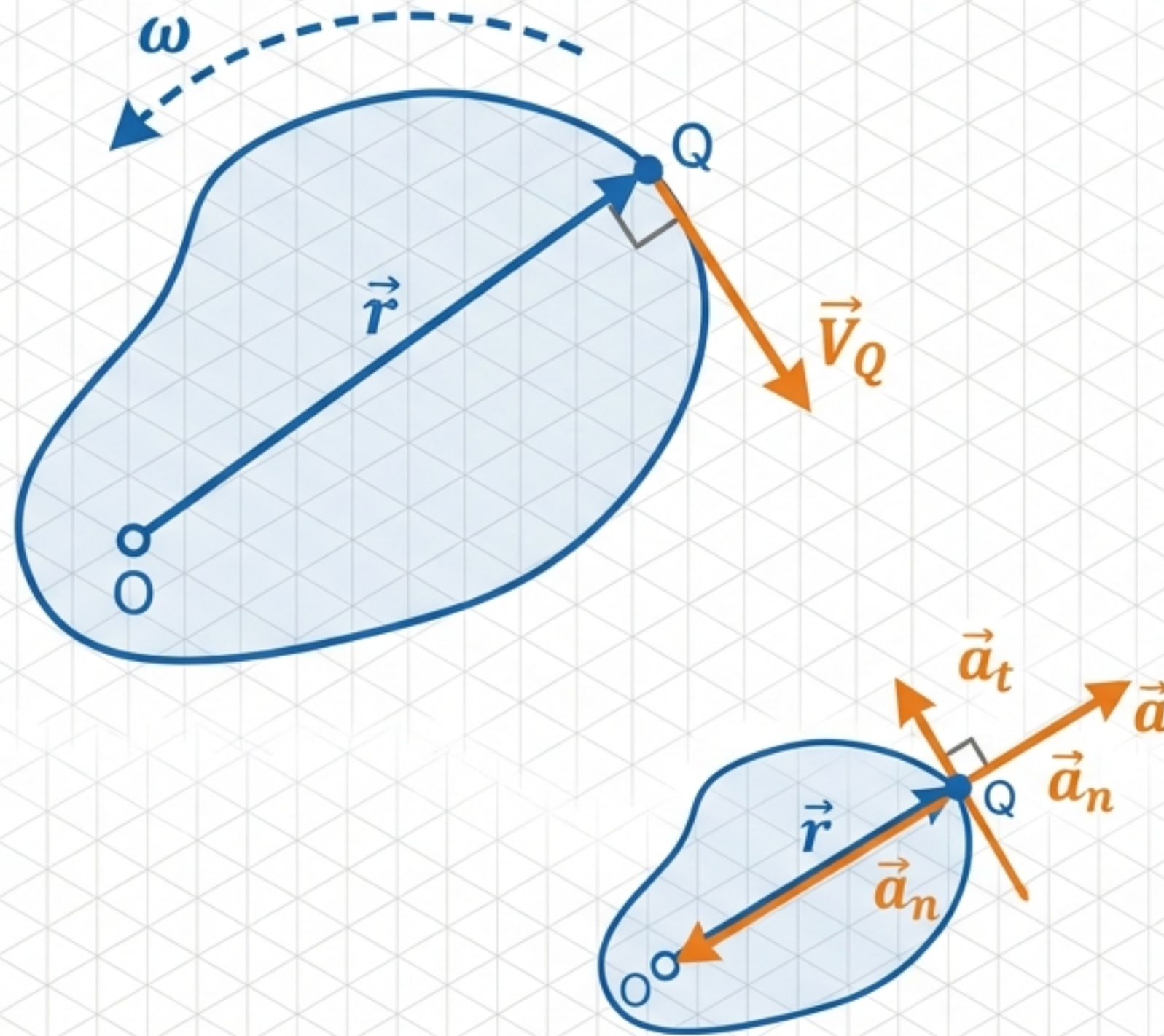
Consecuencias:

- $\vec{v}_A = \vec{v}_B$
- $\vec{a}_A = \vec{a}_B$

(Todas las partículas tienen la misma velocidad y aceleración).



2. Rotación Alrededor de un Eje Fijo



Definición:

Partículas en el eje tienen velocidad cero. Las demás describen círculos.

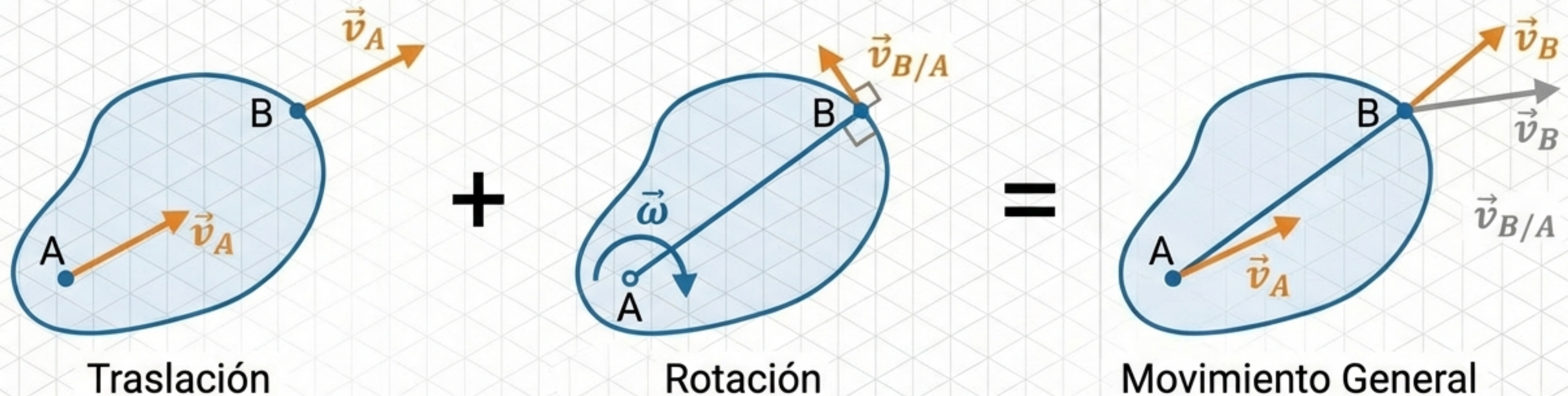
Velocidad:

$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
(Perpendicular al radio)

Aceleración:

$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$
 $\vec{a}_t = \vec{\alpha} \times \vec{r}$ (Tangencial)
 $\vec{a}_n = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = -\omega^2 \vec{r}$
(Normal/Centrípeta)

3. Movimiento General en el Plano



Definición:

Superposición de traslación de un punto base A y rotación alrededor de A .

Ecuación de Velocidad Relativa:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + (\vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A})$$

Interpretación:

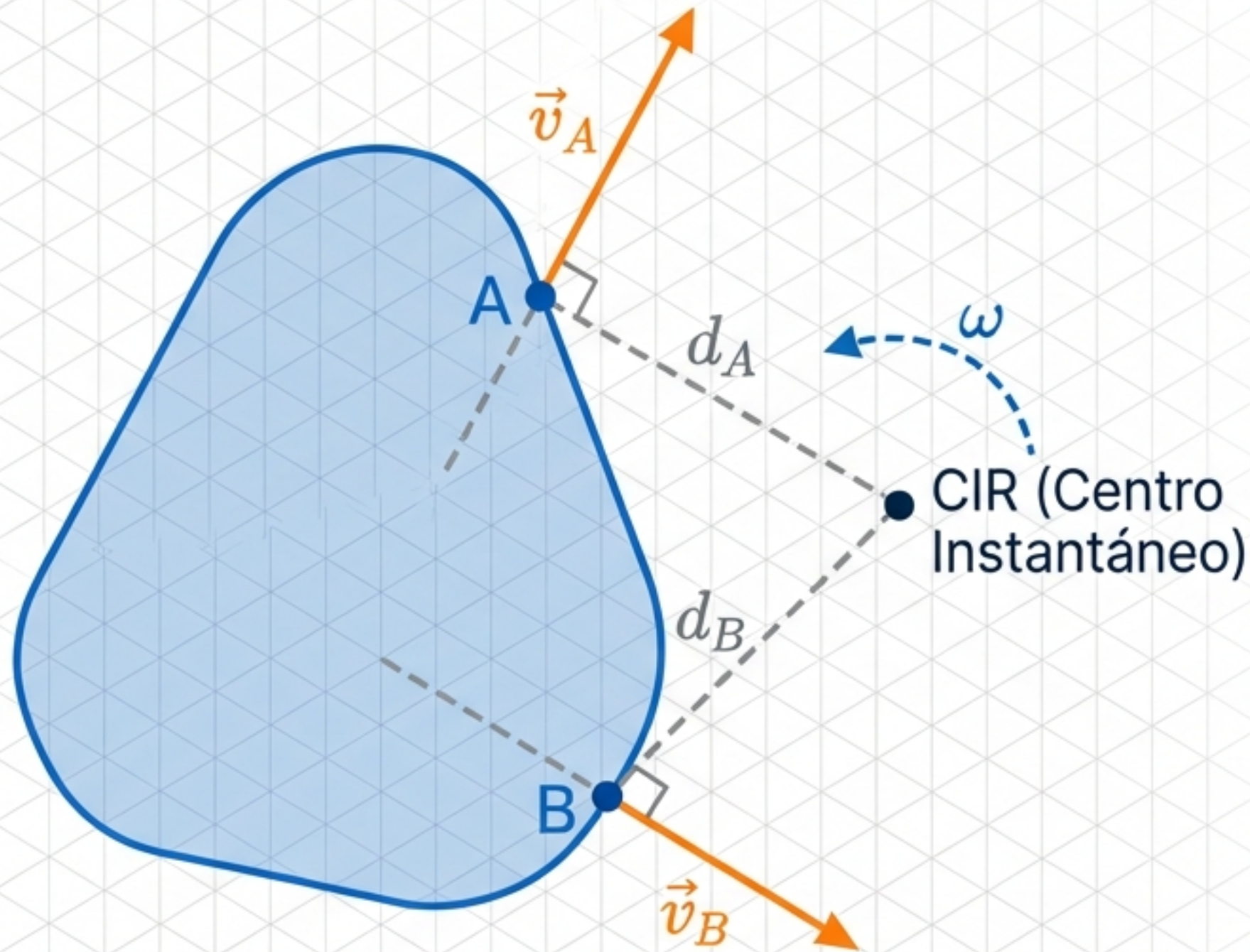
$\vec{v}_A$: Velocidad de traslación.

$\vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$: Velocidad debida a la rotación.

Grados de Libertad:

3 (2 Posición + 1 Orientación).

Herramienta de Análisis: Centro Instantáneo de Rotación (CIR)



Concepto: Punto P en el plano (o extensión) con velocidad nula instantánea ($\vec{v}_{CIR} = 0$).

Utilidad: Reduce el movimiento general a una **rotación pura** alrededor del CIR. La velocidad es siempre perpendicular al radio desde el CIR.

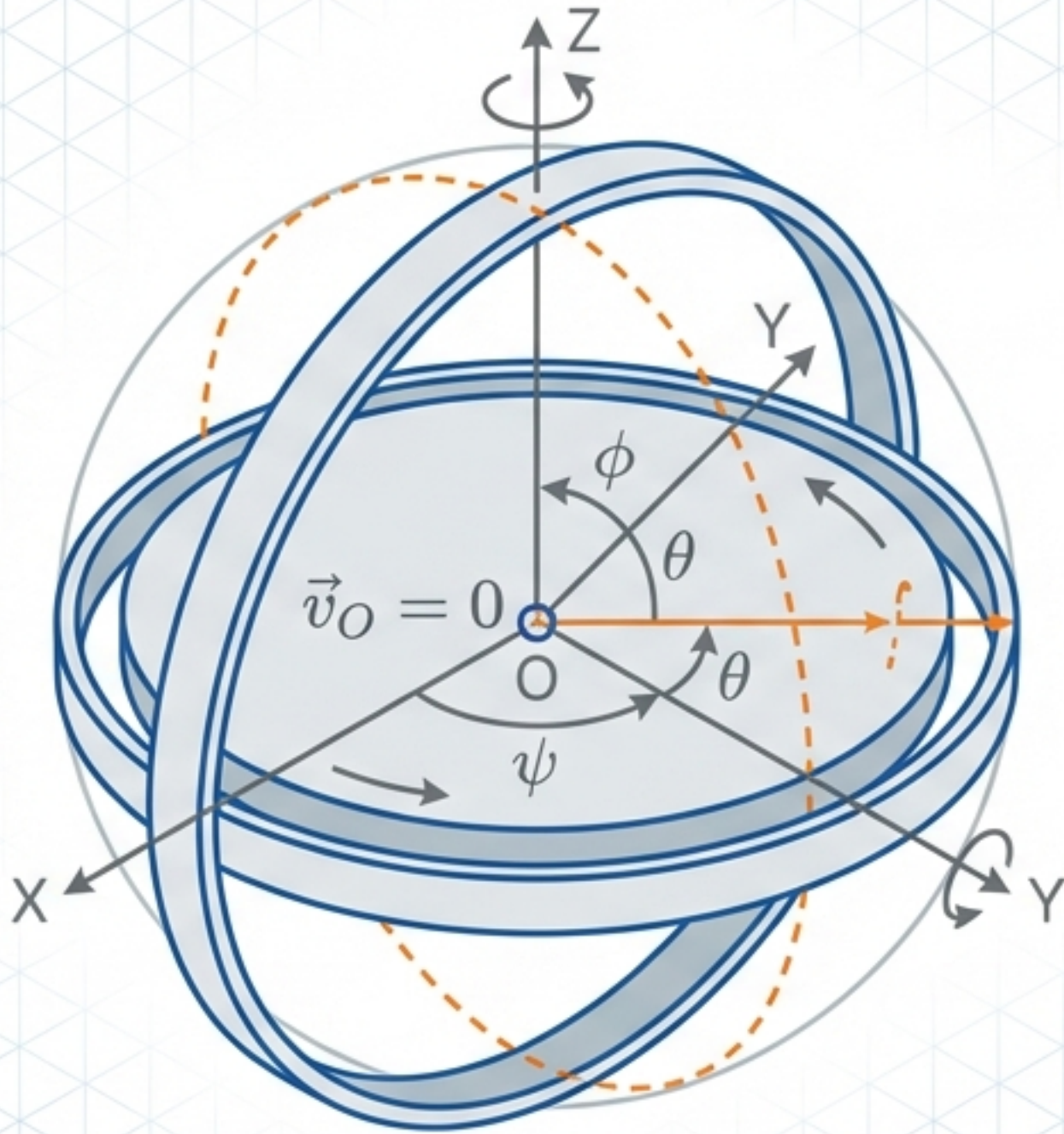
Relación Escalar:

$$v = \omega \cdot d$$

(d = distancia al CIR)

Nota: El lugar geométrico de los CIRs sucesivos se llama '**centrodo**'.

4. Movimiento Alrededor de un Punto Fijo



Definición:

Un punto del cuerpo permanece estacionario. Las partículas se mueven sobre superficies esféricas concéntricas.

Grados de Libertad:

3 Grados de libertad rotacional.

Ejemplo Clásico:

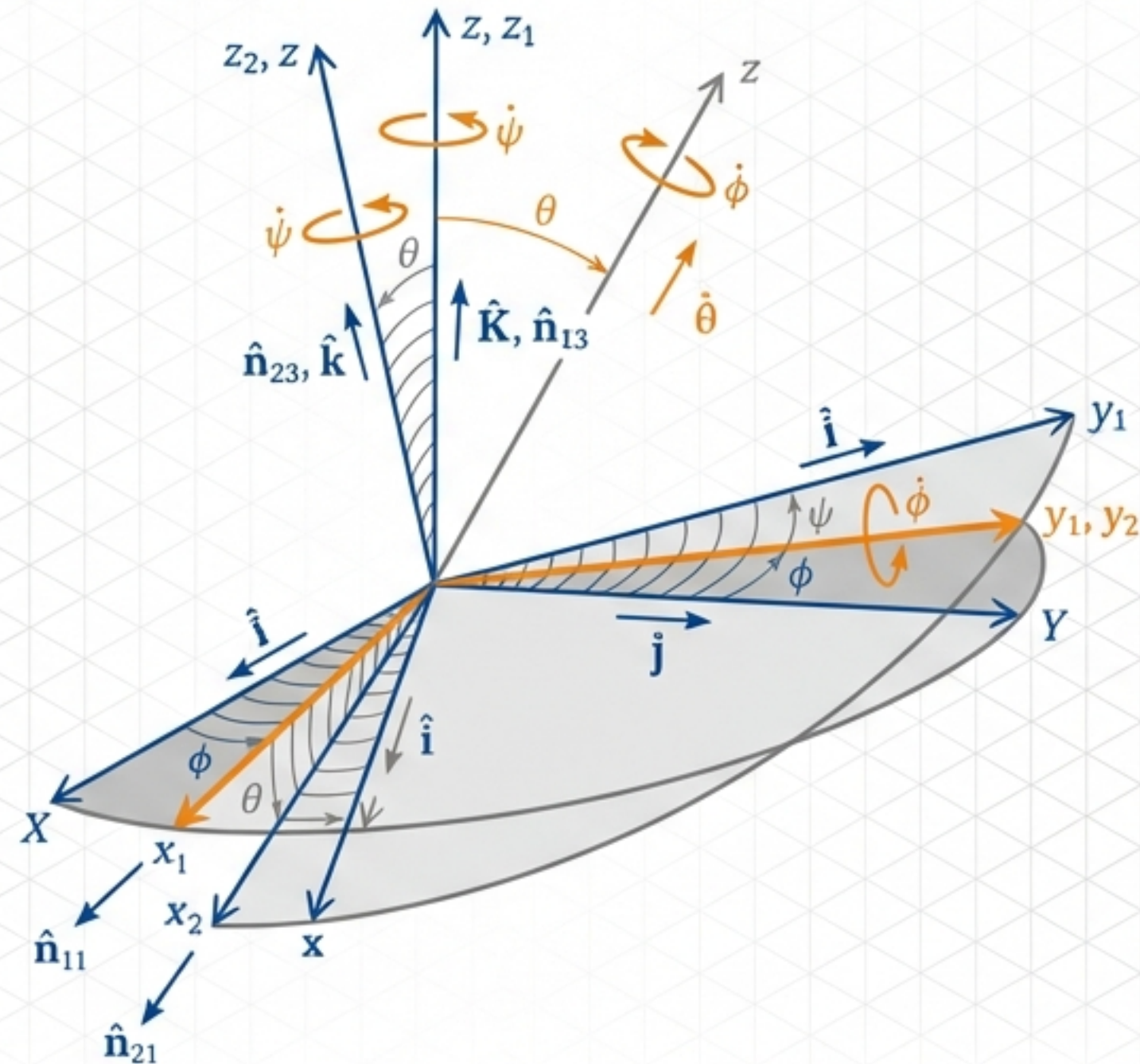
El giróscopo, la peonza o un mecanismo de rótula esférica.

Condición Vectorial:

$$\vec{v}_O = 0$$

$\vec{\omega} \neq 0$ (Variable en dirección y magnitud).

Orientación en 3D: Ángulos de Euler



Necesidad:

La rotación finita 3D no es conmutativa. Se requieren coordenadas secuenciales.

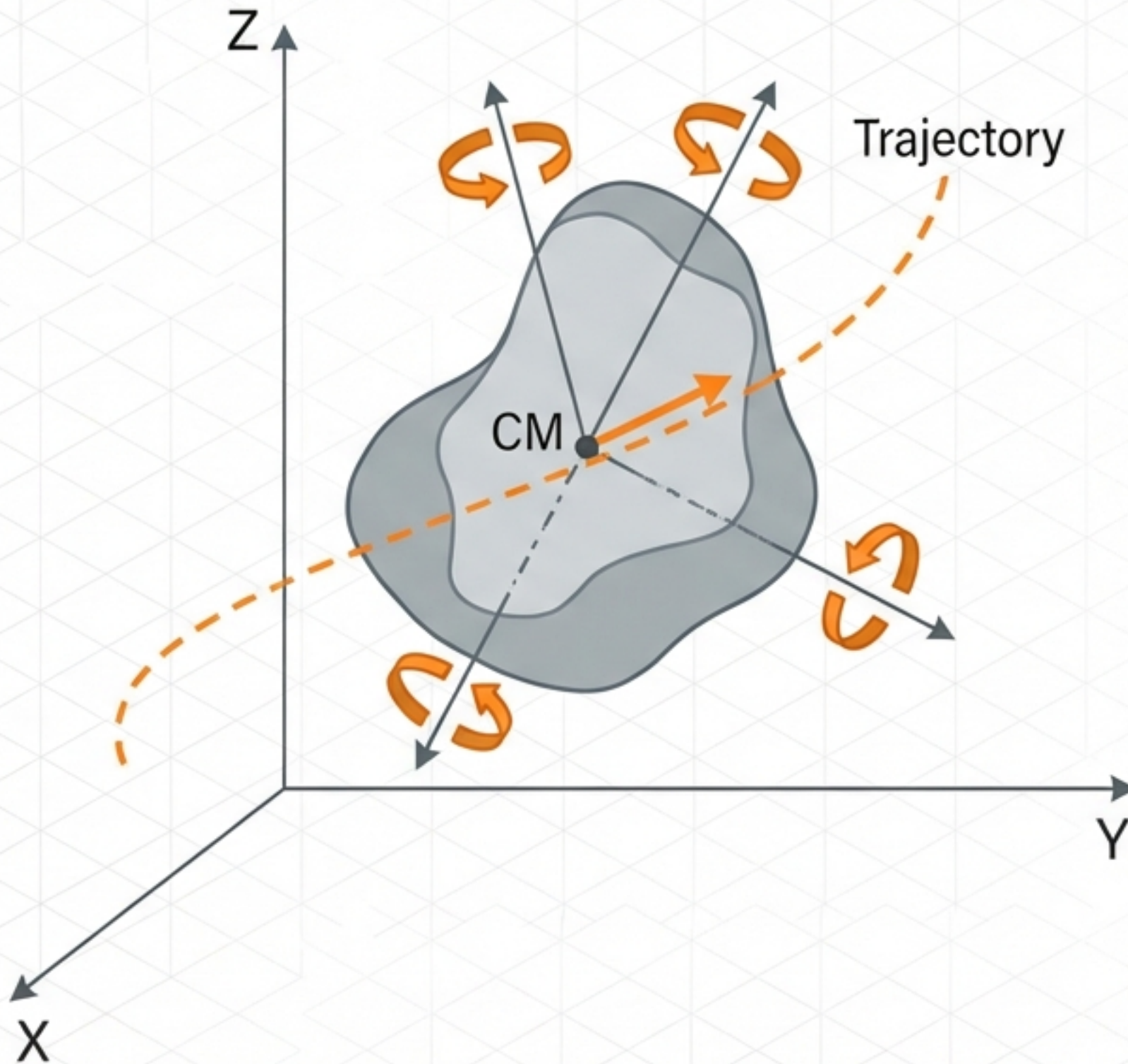
Secuencia de Euler (Convención Estándar):

1. Precesión (ψ): Eje Vertical Z.
2. Nutación (θ): Línea de Nodos.
3. Rotación Propia (ϕ): Eje del Cuerpo z.

Velocidad Angular Total:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_{\psi} + \vec{\omega}_{\theta} + \vec{\omega}_{\phi}$$

5. Movimiento General en el Espacio



Definición: Libertad total. Traslación + Rotación en 3 dimensiones. Sin puntos fijos.

Grados de Libertad:

6 GDL (3 Traslación + 3 Rotación).

Descomposición:

Traslación de un punto base A + Rotación del cuerpo alrededor de A .

Teorema de Chasles: Todo movimiento espacial puede reducirse a una traslación a lo largo de un eje y una rotación alrededor de ese mismo eje (Movimiento de Tornillo).

Ecuaciones Generales Cinémáticas (Vectoriales)

Velocidad:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$$

Aceleración:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \underbrace{\vec{\alpha} \times \vec{r}_{B/A}}_{\text{Tangencial}} + \underbrace{\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A})}_{\text{Normal}}$$

Nota (Coriolis):

Si se utiliza un marco de referencia móvil giratorio, aparece el término:

$$2\vec{\Omega} \times \vec{v}_{rel}$$

Resumen Comparativo de Movimientos

Tipo de Movimiento	$\vec{\omega}$ (Velocidad Angular)	Restricciones	Características
1. Traslación	0	Orientación Fija	Trayectorias paralelas. $\vec{v}_A = \vec{v}_B$.
2. Eje Fijo	Dirección Fija	Puntos en eje $v = 0$	Trayectorias circulares. $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$.
3. Plano General	$\perp$ Plano	Movimiento 2D	Traslación + Rotación. Uso de CIR.
4. Punto Fijo	Variable (3D)	1 Punto $v = 0$	Trayectorias esféricas. Ángulos de Euler.
5. Espacio General	Variable (3D)	Ninguna	6 Grados de Libertad. Superposición total.

Conclusión y Referencias

Síntesis:

El análisis cinemático de mecanismos complejos se reduce a la **superposición de movimientos** simples: **Traslación + Rotación**.

Identificar correctamente el **tipo de movimiento** y el **marco de referencia** es el paso crítico para la solución.



Fuentes Bibliográficas:

- Cinemática del Cuerpo Rígido (Apuntes de Cátedra)
- Mecánica para Ingeniería y sus Aplicaciones – Dinámica (Menacho López)
- Dinámica (McGill & King)
- Extractos sobre Cinemática de una Partícula